

基本情報技術者

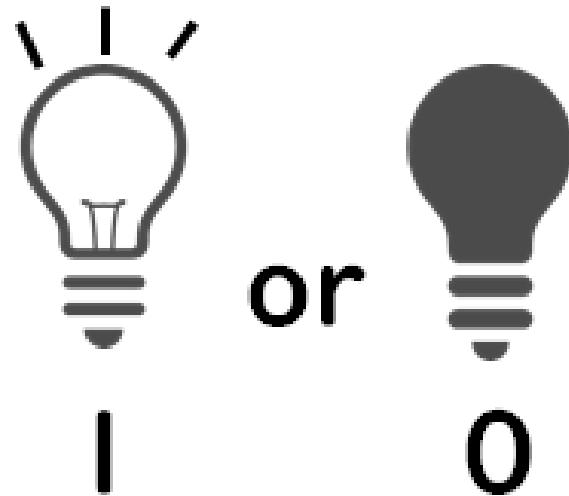
Chapter 1

「n進数」の扱いに慣れる

2022年5月11日(木)
担当:新田晃啓

コンピュータは電気でものを考える

ON OFF



最小単位を**bit(ビット)**と呼ぶ

- ◆ 10進数(私たちの世界)
10個の数字(0~9)を使って表す
- ◆ 2進数
2個の数字(0と1)を使って表す
- ◆ 8進数
8個の数字(0~7)を使って表す
- ◆ 16進数
10個の数字(0~9)と6個のアルファベット(A~F)を使って表す

10進数	2進数	8進数	16進数
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

基数と桁の重み

基数とは…「基本となる数」

1桁左へ移動すると何倍になるか？

2進数なら2

8進数なら8

10進数なら10

16進数なら16

n進数ならn

10進数なら

1  10

10倍で1桁増える

基数と桁の重み

桁の重み 術ごとに基数の(桁数-1)乗したもの

基数10

$\times 10$	1000	$= 10^3$	$\times \frac{1}{10}$
$\times 10$	100	$= 10^2$	$\times \frac{1}{10}$
$\times 10$	10	$= 10^1$	$\times \frac{1}{10}$
$\times 10$	1	$= 10^0$	$\times \frac{1}{10}$
$\times 10$	0.1	$= 10^{-1}$	$\times \frac{1}{10}$
$\times 10$	0.01	$= 10^{-2}$	$\times \frac{1}{10}$
$\times 10$	0.001	$= 10^{-3}$	$\times \frac{1}{10}$

基数2

$\times 2$	8	$= 2^3$	$\times \frac{1}{2}$
$\times 2$	4	$= 2^2$	$\times \frac{1}{2}$
$\times 2$	2	$= 2^1$	$\times \frac{1}{2}$
$\times 2$	1	$= 2^0$	$\times \frac{1}{2}$
$\times 2$	0.5	$= 2^{-1}$	$\times \frac{1}{2}$
$\times 2$	0.25	$= 2^{-2}$	$\times \frac{1}{2}$
$\times 2$	0.125	$= 2^{-3}$	$\times \frac{1}{2}$
$\times 2$	0.0625	$= 2^{-4}$	$\times \frac{1}{2}$

基数と桁の重み

桁の重み 桁ごとに基数の(桁数-1)乗したもの

2進数	1	1	1	1	1	1	1	1
重み	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
	128	64	32	16	8	4	2	1

2進数の計算でよく使う数字を覚えると計算が楽に！

$2^4 = 16$ $2^8 = 256$ $2^{10} = 1024$ は覚えておこう！

基数変換

	2進数	8進数	10進数	16進数
2進数				
8進数				
10進数				
16進数				

ある基数で表した数値を別の基数表現に置き換えること

基数変換

	2進数	8進数	10進数	16進数
2進数			★大事	
8進数				
10進数	★大事			
16進数				

2進数と10進数の変換の形を覚えると楽

基数変換

$$\begin{array}{lll} 8 = 2^3 & \text{3ビット} & \text{3桁} \\ 16 = 2^4 & \text{4ビット} & \text{4桁} \end{array}$$

	2進数	8進数	10進数	16進数
2進数		3桁で区切る		4桁で区切る
8進数	3桁にばらす			
10進数				
16進数	4桁にばらす			

基数変換

$$\begin{array}{lll} 8 = 2^3 & \text{3ビット} & \text{3桁} \\ 16 = 2^4 & \text{4ビット} & \text{4桁} \end{array}$$

	2進数	8進数	10進数	16進数
2進数		3桁で区切る	★大事	4桁で区切る
8進数	3桁にばらす			
10進数	★大事			
16進数	4桁にばらす			

n進数から10進数に

各桁の数字に、その桁の重みをかけ算する

2進数 (101.01) を10進数へ変換

2進数	1	0	1	・	0	1
重み (基底は2)	2^2	2^1	2^0		2^{-1}	2^{-2}
掛ける						
	1×2^2	0×2^1	1×2^0		$0 \times 1/2^{-1}$	$1 \times 1/2^{-2}$
						
	4	+	0	+	1	+
→ 10進数	=	5.25				

10進数からn進数に (重みを使う方法)

さつきの逆

桁の重みを使って順に割り算をしていく

例 10進数 11.625を2進数に

10進数	整数部					小数部		
	11.625	3.625	3.625	1.625		0.625	0.125	0.125
各桁の重み	\div	\div	\div	\div		\div	\div	\div
	8	4	2	1		$1/2$	$1/4$	$1/8$
	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow		0.5	0.25	0.125
2進数	1	0	1	1	.	1	0	1

10進数からn進数に (わり算とかけ算を使う方法)

【計算】	2) 123	【余り】
$123 \div 2 = 61 \cdots 1$	2) 61 ...	1
$61 \div 2 = 30 \cdots 1$	2) 30 ...	1
$30 \div 2 = 15 \cdots 0$	2) 15 ...	0
$15 \div 2 = 7 \cdots 1$	2) 7 ...	1
$7 \div 2 = 3 \cdots 1$	2) 3 ...	1
$3 \div 2 = 1 \cdots 1$	2) ...	1

商が1になるまで
除算を繰り返す

【手順①】

除数2で割り算して余りを求める計算を、商が1になるまで繰り返す

【手順②】

商が1になったら、商の1と余りを下から上に順に並べる

1111011

10進数からn進数に (わり算とかけ算を使う方法)

整数部			小数部			
基數	10進数	余り	基數	10進数	整数	小数
2	11		2	$\times 0.625 = 1$	1	.25
2	5	1	2	$\times 0.25 = 0$	0	.5
2	2	1	2	$\times 0.5 = 1$	1	.0
2	1	0				
	0	1				

※10進数の商部分が“0”になったら計算終了

小数点以下の数値が“0”になったら計算終了

2進数と8進数・16進数間の基數変換

- ◆2進数 → 8進数 3桁に区切る
- ◆2進数 → 16進数 4桁に区切る

$$\begin{array}{lll} 8 = 2^3 & \text{3ビット} & 3\text{桁} \\ 16 = 2^4 & \text{4ビット} & 4\text{桁} \end{array}$$

- ◆8進数 → 2進数 3桁にばらす
- ◆16進数→2進数 4桁にばらす

- 桁が足りないところは0を補う
- 整数部の左端の0および小数部の右端の0は削り落とす

2進数と8進数・16進数間の基數変換

8進数から2進数へ変換

考え方：8進数1桁につき3桁の2進数になる

7362(8進数)

7	3	6	2
111	011	110	010



$$\text{例: } 4 + 2 + 1 = 7$$



111011110010(2進数)

2進数から8進数への変換

101111100(2進数)

考え方：3桁ごとに
区切って計算する

1	0	1	1	1	1	1	0	0
×	×	×	×	×	×	×	×	×
4	2	1	4	2	1	4	2	1
4 + 0 + 1			4 + 2 + 1			4 + 0 + 0		
=5			=7			=4		

3桁に区切った数を足して
8進数にする。



574(8進数)

2進数と8進数・16進数間の基數変換

2進数	0	0	1	0	1	1	.	1	0	1
	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
重み	4	2	1	4	2	1	4	2	1	
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
10進数	0	+ 0	+ 1	0	+ 2	+ 1	4	+ 0	+ 1	
		↓			↓			↓		
		1			3	.		5		

8進数		1		3	.	5
		↓		↓		↓
重み	4	2	1	4	2	1
2進数	0	0	1	0	1	1
		↓		↓		↓
		1	0	1	1	1
2進数	1011.101					

2進数と8進数・16進数間の基數変換

2進数	1	0	1	1	.	1	0	1	0
	×	×	×	×		×	×	×	×
重み	8	4	2	1		8	4	2	1
	↓	↓	↓	↓		↓	↓	↓	↓
10進数	8 + 0 + 2 + 1		8 + 0 + 2 + 0						
	↓		↓						
	B		A						
16進数	B.A								

16進数	B	.	A
	↓		↓
重み	8	4	2
2進数	1	0	1
	↓		↓
	1	0	1
2進数	1011.101		

過去問

問1. 16進数の小数0.248を10進数の分数で表したものは？

- ア $31/32$ イ $31/125$ ウ $31/512$ エ $73/512$

各桁の重みをかけて足すと…

$$2 \times 1/16 + 4 \times 1/16^2 + 8 \times 1/16^3$$

通分する(分母の桁が大きいものに合わせる)

$$\frac{2 \times 16^2 + 4 \times 16 + 8 \times 1}{16^3} = \frac{73}{512}$$

正解は エ

問2 メモリーエラー検出および訂正にECCを利用している。データバス幅 2^n ビットに対して冗長ビットが $n+2$ ビット必要な時、128ビットのデータバス幅に必要な冗長ビットは何ビットか。

ア 7

イ 8

ウ 9

エ 10

128を2進数で表したとき、桁数nは

$$n = \log_2 128$$

$$2^n = 128$$

$$n = 7 \quad \text{重み表を書いて求めるのもあり}$$

・冗長ビット

データの伝送や保存の際に、後で誤りの検出や訂正ができるよう、本来のデータに付加されるビット

・ECC (Error-Correcting Code)

データを記録・伝送する際に発生する誤りを受けての側で検出し、訂正することができるよう付加される符号

冗長ビットが $n + 2$ ビット必要なので

$$7 + 2 = 9$$

正解は ウ

問3 10進数の演算式 $7 \div 32$ の結果を2進数で表したもののはどれか

- ア 0.001011 イ 0.001101 ウ 0.00111 エ 0.0111

$7 \div 32$ を計算してから2進数変換しても良いけど……かなり面倒

★シフト演算で簡単に解ける！（シフト演算はチャプター2参照）

$7 \div 32$ は $7 \times 1/32$ と考えられる

7を2進数に変換すると 111

$1/32$ は $1/2^5$

これは、5ビット右にシフトしたものと言い換えられる

2進数 111に対して5ビット右にシフトすると

0.00111
~~~~~

正解は ウ

問4 次の10進小数のうち、2進数で表すと無限小数になるものはどれ

ア 0.05

イ 0.125

ウ 0.375

エ 0.5

無限小数は小数部が無限に続くものなので、  
かけ算による2進数変換を行ったときに小数部が永遠に0ならない。

そんなことはおいといて…

シンプルな2進小数の値を10進数に直すと…

$$\text{2進数 } 0.1 = 1/2^1 = 0.5$$

$$\text{2進数 } 0.01 = 1/2^2 = 1/4 = 0.25$$

$$\text{2進数 } 0.001 = 1/2^3 = 1/8 = 0.125$$

$$\text{2進数 } 0.0001 = 1/2^4 = 1/16 = 0.0625$$

これらの数およびこれらの数を  
足して得られる数は有限小数になる  
イは $1/8$   
ウは $1/4+1/8$ 、  
エは $1/2$ で表せる

正解はア

# 終わりに

- 基数と重みのイメージをつかもう
- 確かめ算で確認すれば安心
- 2進数ならシフト演算が有効なことも
- 過去問でいろんなパターンに慣れよう
- 2進数でよく使う数字を覚えて時間短縮  
( $2^4 = 16$ 、  $2^8 = 256$  など)

# 引用URL

- <https://itmanabi.com/binary-number/>
- <https://works.forward-soft.co.jp/blog/detail/10389>
- <http://mpp.u-can.jp/Z9B/002994.html>
- <http://joho-kentei.seesaa.net/article/151002824.html>